Il calcolo delle situazioni
(Situation Calculus)
(Russell e Norvig, paragrafo 10.3 fino p. 423)

Linguaggio logico progettato per rappresentare mondi che cambiano dinamicamente sotto l'effetto di azioni eseguite dall'agente.

Ipotesi: il mondo evolve in una sequenza discreta e lineare di "situazioni"

Situazioni ed azioni sono considerate **oggetti** e rappresentate da **termini**
REIFICAZIONE di situazioni e azioni

Il linguaggio del calcolo delle situazioni ha due "sorte" (tipi) particolari per i termini che denotano situazioni e i termini che denotano azioni

- **Le azioni sono rappresentate da termini**

$$forward,\ turn(right),\ turn(left), \ldots$$

- **Le situazioni sono rappresentate da termini**
  - La situazione iniziale è rappresentata da una **costante** S_0
  - Le altre situazioni sono rappresentate da termini della forma $do(a, s)$, dove do è un **simbolo funzionale** particolare, che si applica ad azioni e situazioni

    Un termine della forma $do(a, s)$ è di tipo situazione: denota la situazione che risulta dall'esecuzione dell'azione a nella situazione s

$$do(forward, S_0)$$
$$do(turn(right), do(forward, S_0))$$

Fluenti

Ogni predicato che può variare nel tempo (**fluente**) ha un argomento in più: la **situazione**

$$at(agent, stanza_1, S_0)$$
$$alive(wumpus, S_0)$$
$$at(robot_1, stanza_3, do(forward(robot_1), S_0))$$
$$closed(door_1, do(lock(door_1), S_0))$$

Un **fluente** è un predicato la cui verità, per dati argomenti, può variare nel tempo.

Nel calcolo delle situazioni è rappresentato da un simbolo di predicato con un argomento in più, che viene ugualmente chiamato fluente.

Rappresentazione del mondo nel Situation Calculus

Obiettivo: definire una **teoria nel Situation Calculus** (insieme di assiomi) che descriva il mondo e le regole della sua evoluzione

- Descrizione dello stato iniziale
- Descrizione delle azioni, con le condizioni della loro applicabilità e i loro effetti
- Descrizione dell'obiettivo

Pianificazione deduttiva nel situation calculus

Problema di pianificazione: trovare una sequenza di azioni che, se eseguite portano dalla situazione iniziale a una situazione obiettivo

Nel Situation calculus, un problema di pianificazione si risolve dimostrando che esiste una situazione obiettivo (raggiungibile dalla situazione iniziale):

$$Assiomi \ \vdash \ \exists s \, ReachableGoal(s)$$

Prova costruttiva: fornisce un'istanza S tale che

$$Assiomi \ \vdash \ ReachableGoal(S)$$

Un piano si può sintetizzare come effetto collaterale della dimostrazione di teoremi.

Soluzione: $S = do(a_1, do(a_2, do(a_3, S_0)))$,
Piano Soluzione del problema di planning: $\langle a_3, a_2, a_1 \rangle$.

Esempio: il mondo dei blocchi

Insieme di problemi di pianificazione

Esempio:

stato iniziale: $\begin{array}{cc} \boxed{A} & \\ \boxed{B} & \boxed{C} \end{array}$ obiettivo: $\begin{array}{c} \boxed{A} \\ \boxed{B} \\ \boxed{C} \end{array}$

Regole:

- si può spostare un solo blocco alla volta: un blocco X si può mettere sopra un blocco Y o sul tavolo solo se sopra X non c'è alcun blocco
- non si può mettere un blocco sopra se stesso
- non si può mettere un blocco sopra un blocco già occupato
- un blocco libero si può sempre mettere sul tavolo (sul tavolo c'è sempre spazio a sufficienza)

Linguaggio per la rappresentazione del mondo dei blocchi

$fluenti$	$azioni$
$on(x, y, s)$	$putOn(x, y)$
$onTable(x, s)$	$putOnTable(x)$

Rappresentazione della Situazione iniziale:

$$on(A, B, S_0) \wedge onTable(B, S_0) \wedge onTable(C, S_0)$$

Rappresentazione dell'obiettivo:

$$Goal(s) \;=\; on(A, B, s) \wedge on(B, C, s) \wedge onTable(C, s)$$

Si vuole infatti determinare una sequenza di azioni che porti da S_0 ad una situazione s tale che $on(A, B, s) \wedge on(B, C, s) \wedge onTable(C, s)$

Rappresentazione delle azioni: per ogni azione a si deve rappresentare:

- sotto quali condizioni è possibile eseguire a
- quali sono gli effetti di a (cosa cambia)
- cosa non cambia nel mondo con l'esecuzione di a

Rappresentazione del mondo

Primo gruppo di assiomi: descrizione delle proprietà del mondo sempre vere

- Proprietà che riguardano "predicati statici"
  Esempi:

$$\neg human(pippo)$$
$$\forall x\,(supermarket(x) \rightarrow sells(x, milk))$$
$$\forall x \forall y \forall z (door(x) \wedge connect(x, y, z) \rightarrow connect(x, z, y))$$

- Proprietà che riguardano fluenti
  Esempi:

$$\forall x \forall y \forall s\,(next(x, y, s) \rightarrow next(y, x, s))$$
$$\forall x \forall y \forall z \forall s\,(at(x, y, s) \wedge y \neq z \rightarrow \neg at(x, z, s))$$

Secondo gruppo di assiomi: descrizione dello stato iniziale Initial State Axiom

Esempi:

$$on(A, B, S_0) \wedge onTable(B, S_0) \wedge onTable(C, S_0)$$

$$at(home, S_0) \wedge \neg have(milk, S_0) \wedge \neg have(banana, S_0) \wedge \neg have(drill, S_0)$$

Descrizione delle azioni: dei loro effetti e delle loro precondizioni
Approccio "naive"

Per ogni azione a, con parametri $x_1, ..., x_n$, si determina:

- Una formula $precond_a(x_1, ..., x_n, s)$ che esprime le condizioni di applicabilità di $a(x_1, ..., x_n)$ nella situazione s
- Una formula $effect_a(x_1, ..., x_n, s)$ che esprime l'effetto dell'esecuzione $a(x_1, ..., x_n)$ nella situazione s

e si include nella teoria la descrizione dell'effetto di a:

$$\forall s \, \forall x_1 ... \forall x_n \, (precond_a(x_1, ..., x_n, s) \rightarrow effect_a(x_1, ..., x_n, do(a, s)))$$

Condizioni di applicabilità di un'azione

Per ogni azione a, si determina una formula $precond_a(x, y, ..., s)$ che rappresenta il fatto che a è eseguibile nella situazione s.

Esempio:

$$\forall s \forall x \, (\underbrace{\neg onTable(x, s) \wedge \neg \exists y \, on(y, x, s)}_{precond_{putOnTable(x)}(x,s)} \rightarrow$$

$$\underbrace{onTable(x, do(putOnTable(x), s)) \wedge \neg \exists y \, on(x, y, do(putOnTable(x), s))}_{effect_{putOnTable(x)}(x,s)})$$

Ma si deve anche descrivere che cosa NON CAMBIA: Frame Axioms

Per ogni azione, si deve descrivere tutto quello che non cambia quando si esegue l'azione:

$$\forall s \forall x \forall x' \, (onTable(x,s) \wedge x \neq x' \wedge precond_{putOnTable(x')}(x',s) \rightarrow \\ onTable(x, do(putOnTable(x'), s)))$$

$$\forall s \forall x \forall y \forall x' \, (on(x,y,s) \wedge x \neq x' \wedge precond_{putOnTable(x')}(x',s) \rightarrow \\ on(x, y, do(putOnTable(x'), s)))$$

$$\forall s \forall x \forall x' \, (\neg onTable(x,s) \wedge x \neq x' \wedge precond_{putOnTable(x')}(x',s) \rightarrow \\ \neg onTable(x, do(putOnTable(x'), s)))$$

$$\forall s \forall x \forall y \forall x' \, (\neg on(x,y,s) \wedge x \neq x' \wedge precond_{putOnTable(x')}(x',s) \rightarrow \\ \neg on(x, y, do(putOnTable(x'), s)))$$

Numero di frame axioms: normalmente molto vicino a $2 \times \mathcal{F} \times \mathcal{A}$
($\mathcal{F}$: numero fluenti, $\mathcal{A}$: numero di azioni)

$\Rightarrow$ **FRAME PROBLEM**

Verso una soluzione del Frame Problem

(Reiter, 1991)

È possibile rendere la descrizione più compatta sfruttando la possibilità di quantificare sulle azioni.

Terzo gruppo di assiomi:
Action precondition axioms

Si introduce un predicato $Poss$:

$Poss(a, s)$ rappresenta il fatto che è possibile eseguire l'azione a nella situazione s

Per ogni azione $a \in \mathcal{A}$, con parametri $x_1, ..., x_n$, la teoria contiene un **assioma delle precondizioni** di a:

$$\forall s \forall x_1 ... \forall x_n (precond_a(x_1, ..., x_n, s) \rightarrow Poss(a(x_1, ..., x_n), s))$$

Nel mondo dei blocchi:

$$\forall s \forall x \forall y (\neg on(x, y, s) \wedge x \neq y \wedge \neg \exists z\, (on(z, x, s) \vee on(z, y, s)) \\ \rightarrow Poss(PutOn(x, y), s))$$

$$\forall s \forall x (\neg onTable(x, s) \wedge \neg \exists y\, on(y, x, s) \rightarrow Poss(putOnTable(x), s))$$

Quarto gruppo di assiomi: Successor State Axioms

Per ogni fluente $R(x_1, ..., x_n, s)$, si determinano le formule:

> $G^+_R(a, s, x_1, ..., x_n)$, che rappresenta tutte le condizioni che possono causare il "passaggio" di $R(x_1, ..., x_n)$ da falso a vero
>
> $G^-_R(a, s, x_1, ..., x_n)$, che rappresenta tutte le condizioni che possono causare il "passaggio" di $R(x_1, ..., x_n)$ da vero a falso

e si include nella teoria l'**Assioma di stato successore** per il fluente $R(x_1, ..., x_n, s)$:

$$\forall a \forall s \forall x_1 ... \forall x_n \{Poss(a, s) \rightarrow \\ [R(x_1, ..., x_n, do(a, s)) \equiv \\ G^+_R(a, s, x_1, ..., x_n) \vee (R(x_1, ..., x_n, s) \wedge \neg G^-_R(a, s, x_1, ..., x_n))]\}$$

Per ogni azione a, *per ogni situazione* s *e per tutti gli oggetti* $x_1, x_2, ...$*:* $R(x_1, ..., x_n)$ *vale nella situazione* $do(a, s)$ *se e solo se* a *è una delle azioni che "provocano"* R *oppure* $R(x_1, ..., x_n)$ *è vero in* s *e* a *non lo modifica*

$$\boxed{\textbf{Numero di successor state axioms} = \mathcal{F}}$$

Esempio

Il successor state axiom per il fluente *broken*, in un mondo in cui le azioni possibili sono far cadere un oggetto, far esplodere una bomba e riparare un oggetto, è:

$$\begin{aligned}\forall a \forall s \forall y \{ Poss(a,s) \rightarrow \{ & broken(y, do(a,s)) \equiv \\ & [(a = drop(y) \wedge fragile(y)) \vee \exists x (a = explode(x) \wedge nexto(x,y,s)) \\ & \vee (broken(y,s) \wedge a \neq repair(y))]\}\}\end{aligned}$$

Per ogni azione a, per ogni situazione s e per ogni oggetto y:
y è rotto nella situazione $do(a,s)$ se e solo se a è un'azione che rompe y (cioè con a si fa cadere y che è fragile, oppure si fa esplodere una bomba vicino a y), oppure y è rotto in s e l'azione a non lo ripara

$t_1 \neq t_2$ è un'abbreviazione di $\neg(t_1 = t_2)$

Successor State Axioms per il mondo dei blocchi

Condizioni che "modificano" il valore di $on(x, y)$ nel passaggio da s a $do(a, s)$:

$$G^+_{on(x,y)}(a, s, x, y) : \; a = putOn(x, y)$$
$$G^-_{on(x,y)}(a, s, x, y) : \; \exists y' \, a = putOn(x, y') \vee a = putOnTable(x)$$

Condizioni che "modificano" il valore di $onTable(x)$ nel passaggio da s a $do(a, s)$:

$$G^+_{onTable(x)}(a, s, x) : \; a = putOnTable(x)$$
$$G^-_{onTable(x)}(a, s, x) : \; \exists y \, a = putOn(x, y)$$

Assiomi di stato successore:

$$\begin{aligned}
&\forall a \forall s \forall x \forall y \{Poss(a, s) \rightarrow \\
&\qquad [on(x, y, do(a, s)) \equiv \\
&\qquad\quad a = putOn(x, y) \\
&\qquad\quad \vee (on(x, y, s) \wedge \neg(\exists y' \, a = putOn(x, y') \vee a = putOnTable(x)))]\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\forall a \forall s \forall x \{Poss(a, s) \rightarrow \\
&\qquad [onTable(x, do(a, s)) \equiv \\
&\qquad\quad a = putOnTable(x) \\
&\qquad\quad \vee (onTable(x, s) \wedge \neg \exists y \, a = putOn(x, y))]\}
\end{aligned}$$

Assiomatizzazione di un dominio di pianificazione

1. Assiomi che descrivono proprietà sempre vere
2. **Initial state axiom:** assioma che descrive lo stato iniziale
3. **Action Precondition axioms:**: assiomi che descrivono le precondizioni delle azioni (uno per ogni azione)
4. **Successor State Axioms:** assiomi che descrivono la verità o falsità di un fluente nello "stato successore" (uno per ogni fluente)

Pianificazione deduttiva nel situation calculus

Problema di pianificazione: trovare una sequenza di azioni che, se eseguite portano dalla situazione iniziale a una situazione obiettivo

Nel Situation calculus, un problema di pianificazione si risolve dimostrando che esiste una situazione obiettivo raggiungibile dalla situazione iniziale:

$$Assiomi \vdash \exists s\,(reachable(s_0, s) \wedge Goal(s))$$

Prova costruttiva: fornisce un'istanza S tale che

$$Assiomi \vdash reachable(s_0, S) \wedge Goal(S)$$

Un piano si può sintetizzare come effetto collaterale della dimostrazione di teoremi.

Esempio:

$$Assiomi \vdash \exists s\,(reachable(s_0, s) \wedge nexto(A, B, s) \wedge onfloor(A, s))$$

Se $S = do(drop(A), do(walk(B), do(pickup(A), S_0)))$:

$$Assiomi \vdash reachable(s_0, S) \wedge nexto(A, B, S) \wedge onfloor(A, S))$$

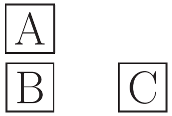
Da S si estrae il piano: $[pickup(A), walk(B), drop(A)]$

Definizione del predicato *reachable*:

reachable(s, s') = esiste un'azione complessa (un programma, un piano) la cui esecuzione trasforma s in s'

Definizione delle azioni complesse: in un linguaggio di programmazione di altissimo livello (GOLOG).

Esempio nel mondo dei blocchi

stato iniziale:  obiettivo: 

$$Assiomi \vdash \exists s \, (reachable(s_0, s) \wedge on(A, B, s) \wedge on(B, C, s) \wedge onTable(C, s))$$

Soluzione:

$$S = do(putOn(A, B), do(putOn(B, C), do(putOnTable(A), S_0)))$$

da cui si estrae il **piano** $[putOnTable(A), putOn(B, C), putOn(A, B)]$.

Conoscenza euristica

Approcci logici: è possibile sfruttare il potere espressivo del linguaggio logico utilizzato per rappresentare conoscenza euristica (o "conoscenza di controllo").

Esempio nel mondo dei blocchi: è possibile definire le "buone torri" e specificare di:

- non mettere il blocco X sopra il blocco Y se con questa azione non si crea una buona torre;
- non disfare mai una buona torre;
- se possible, fare una mossa che costruisce una buona torre.

In questo modo la ricerca del piano viene guidata da informazioni specifiche sul dominio: lo spazio di ricerca si riduce, quindi aumenta l'efficienza del pianificatore, e migliora la qualità delle soluzioni trovate.

Applicazioni
The Cognitive Robotics Group – University of Toronto

GOLOG (alGOl in LOGic): un linguaggio di programmazione logica (di alto livello) per agenti, che consente la definizione di azioni complesse.

Azioni complesse: sequenze di azioni, test, azioni non deterministiche, azioni condizionali, cicli, procedure.

La semantica delle azioni complesse è definita nel Situation Calculus.

GOLOG è implementato in Prolog.

Il linguaggio è stato utilizzato per costruire sistemi di controllo di robot, ed altre applicazioni.

ConGolog = Concurrent Golog. Incorpora in Golog la concorrenza, interrupts e eventi esogeni. Utilizzato per la progettazione di sistemi di controllo più flessibili, per agenti che operano in scenari complessi.

Presso il DIA: utilizzato in un sistema di controllo reattivo per robot operanti in scenari di salvataggio.

Planning with loops: un pianificatore iterativo (con IF-THEN-ELSE e cicli)

Esercizi

1. Scrivere action precondition axioms (ragionevoli) per le seguenti azioni:
   (a) andare da x a y
   (b) comprare x
   (c) riparare l'oggetto x
   (d) colorare l'oggetto x con il colore y
   (e) mettere l'oggetto x dentro la scatola y
   (f) far cadere l'oggetto x
   (g) riparare l'oggetto x
2. Scrivere successor state axioms per i seguenti fluenti (senza esagerare nell'immaginare quali azioni possono provocare il cambiamento di valore del fluente!):
   (a) x si trova in y
   (b) x ha il colore y
   (c) il robot e' in direzione y
   (d) l'oggetto x si trova sopra l'oggetto y
   (e) la scatola x è vuota
   (f) la luce della stanza x è accesa
   (g) la porta della stanza x è aperta
   (h) il contenuto della scatola x è y (in un mondo in cui è possibile mettere e togliere oggetti dalle scatole).

3. Modificare la rappresentazione del mondo dei blocchi introducendo un nuovo fluente $clear(x, s)$ il cui significato è $\neg \exists y \, on(y, x, s)$. Utilizzare questo fluente negli action precondition axioms e scrivere il successor state axiom per $clear(x, y)$.

4. Assiomatizzare i problemi seguenti nel calcolo delle situazioni:

   (a) Si hanno a disposizione 3 contenitori, inizialmente vuoti, $c1, c2, c3$, ed una brocca, di capacità superiore a quella di ciascun contenitore. L'obiettivo è quello di riempire i tre contenitori. Le azioni possibili sono: riempire la brocca dal rubinetto, svuotare la brocca nel lavandino, riempire un contenitore mediante travaso dalla brocca (possibile solo se la brocca è piena e il contenitore è vuoto).

   (b) Il robot si trova fuori di una stanza, deve aprire la porta, entrare, prendere il libro che si trova sul tavolo e uscire. Le azioni possibili sono:

      - *pass*: può essere eseguita solo se la porta è aperta (*open_door*), ed ha come effetto *in* (essere dentro la stanza), se l'agente si trova fuori, altrimenti (se è già dentro la stanza), l'effetto è $\neg in$.
      - *open_door*: possibile solo se la porta è chiusa, ha come effetto *open* (la porta è aperta);
      - *take_book*: possibile solo se il robot è dentro la stanza e non ha il libro in mano, ha come effetto *have_book*.

(c) Si hanno due scatole, $s1$ e $s2$, e una penna p. Nella situazione iniziale $s1$ e $s2$ sono entrambe chiuse, $s2$ è sopra $s1$ e p è sopra $s2$. L'obiettivo è quello di avere p dentro $s1$, $s2$ sopra $s1$ e $s1$ e $s2$ entrambe chiuse. Le azioni possibili sono:

- mettere l'oggetto x dentro y (possibile se y è una scatola aperta e x è una penna),
- aprire x (possibile se x è una scatola sulla quale non è collocato alcun oggetto),
- chiudere x (possibile se x è una scatola sulla quale non è collocato alcun oggetto),
- togliere x dalla superficie di y (possibile se x è sopra y e nessun oggetto è sopra x),
- mettere l'oggetto x sopra y (possibile se y è una scatola e la superficie di x e quella di y sono entrambe libere).

(d) L'agente è fuori della stanza, e deve entrare, oltrepassando due porte, p_1 e p_2 che sono chiuse. Le possibili posizioni dell'agente sono 3: a_1 (davanti alla porta p_1), a_2 (tra la porta p_1 e la porta p_2), a_3 (dentro la stanza). Alcune proprietà sono sempre vere: il fatto che p_1 collega a_1 e a_2 e il fatto che p_2 collega a_2 e a_3. Le azioni possibili sono $open(x, y, z)$ (aprire la porta x, che collega y con z, quando si è nella posizione y) e $pass(x, y, z)$ (passare oltre la porta x, dalla posizione y alla posizione z).